

1.5.2 Velikost úhlu I

Předpoklady: 010501

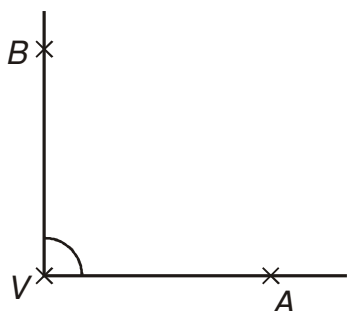
V minulé hodině jsme rozhodovali, který ze dvou úhlů je větší.

Jak porovnávat úhly přesvědčivěji než tím, že se na ně podíváme?

Pokud chceme měřit úhly měřidlem, musíme zvolit jednotku.

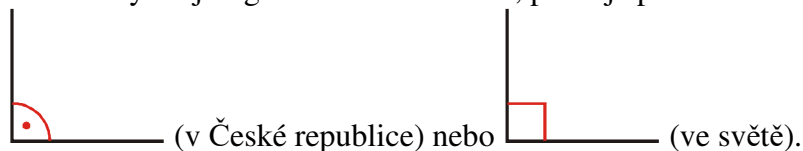
Jednotka úhlu vychází z pravého úhlu, tento úhel rozdělíme na 90 dílků, které nazveme **stupně**.

Pro pravý úhel AVB na obrázku (i každý jiný pravý úhel) tedy platí $|\sphericalangle AVB| = 90^\circ$.



Jednotkou velikosti úhlu je stupeň. Pro každý pravý úhel AVB platí:
 $|\sphericalangle AVB| = 90^\circ$.

Pravé úhly hrají v geometrii velkou roli, proto je pro ně zavedeno speciální označení:



Př. 1: Načrtni úhel, který má velikost: a) 80° , b) 45° , c) 170° ,
d) 10° , e) 270° .
Ve všech případech kresli jedno z ramen vodorovné.

a) 80°



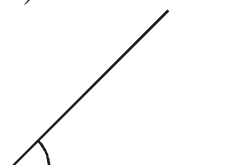
O něco méně než pravý úhel.

c) 170°



O něco méně než dvojnásobek pravého úhlu.

b) 45°



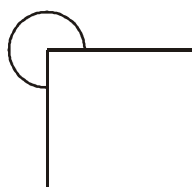
Polovina pravého úhlu.

d) 10°



Pouhá devítina pravého úhlu.

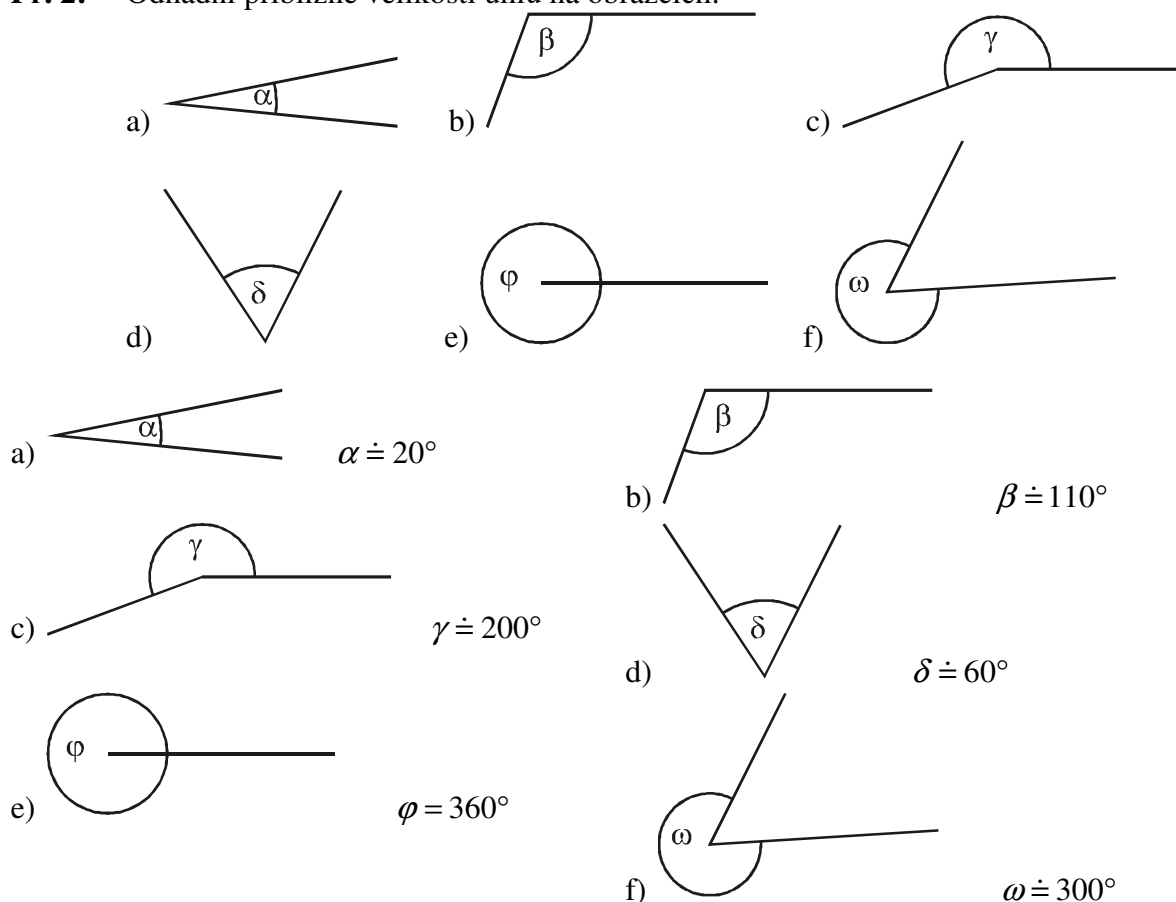
e) 270°



Trojnásobek pravého úhlu.

Pedagogická poznámka: Při kontrole nakreslím na tabuli vodorovné rameno a pak se bavíme o tom, kam je možné nakreslit druhé rameno. Úhly nakonec ukazují dynamicky (začnu od vodorovného ramena a otáčím do koncové polohy).

Př. 2: Odhadni přibližné velikosti úhlů na obrázcích:



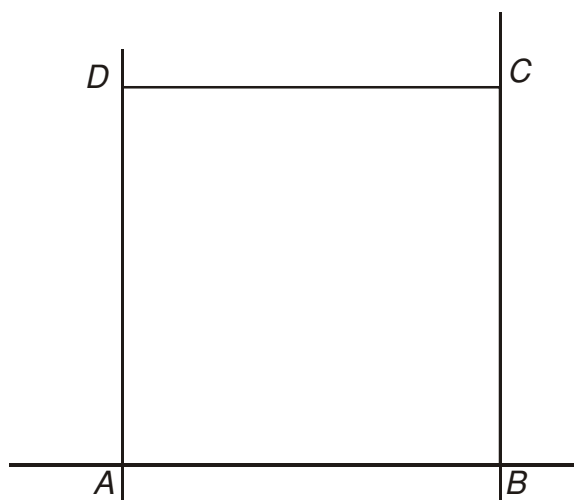
Pedagogická poznámka: Odhady by se od skutečnosti (uvedené v řešení) neměly lišit o více než 15° . Navíc je třeba hlídat, aby nepřekročily zřejmé hranice (například v bodě b) méně než 180° a více než 90°).

Př. 3: Jaký je součet konvexního a nekonvexního úhlu AVB ?

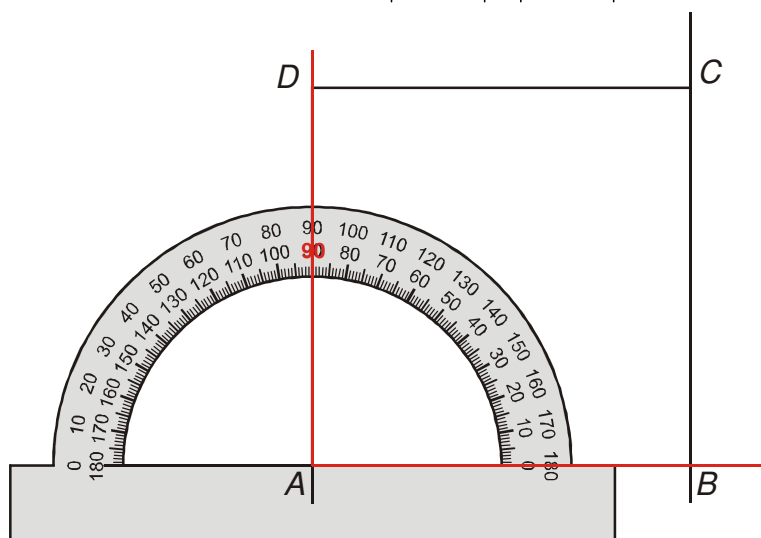
Konvexní a nekonvexní úhel AVB dají dohromady celou rovinu a tedy i celý úhel $\Rightarrow$ součet jejich velikostí se rovná 360° .

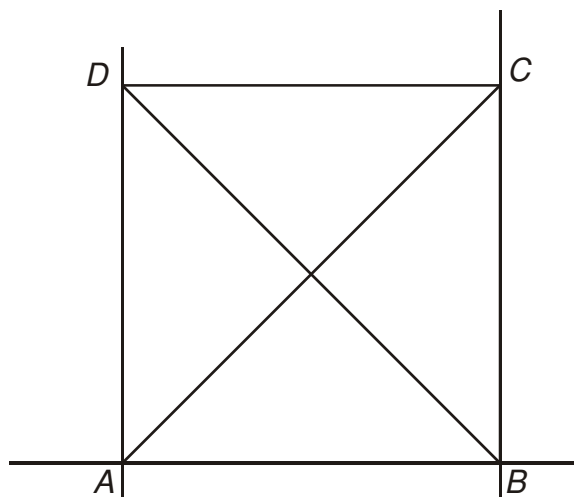
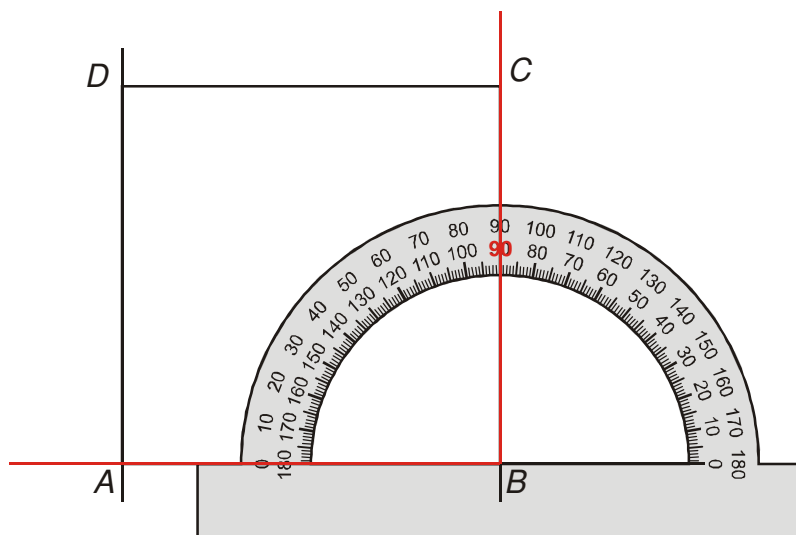
Pedagogická poznámka: Před dalším příkladem žákům nevysvětluji, jak se úhloměrem měří (stejně tak v hodině neukazujeme obrázky s nakresleným úhloměrem). Jenom jim připomínám, že ví, jaké hodnoty mají u úhlů v následujícím příkladu naměřit. Většina žáků sama pochopí, jak s úhloměrem pracovat - smysl stupnice je jasný, problémy se občas objevují s tím, jak přiložit úhloměr k vrcholu (středová ryska není příliš nápadná). V případě problémů řešíme, kde je vrchol úhlu a kde by měl být na úhloměru, kde je rameno,

Př. 4: Narýsuj čtverec $ABCD$ o straně 5 cm. Jaká je velikost konvexních úhlů DAB a ABC ? Změř oba úhly úhloměrem. Narýsuj do obrázku obě úhlopříčky. Jaká je velikost konvexních úhlů CAB a ABD ? Změř velikosti obou úhlů úhloměrem. Jaká je velikost nekonvexních úhlů CAB a ABD ?

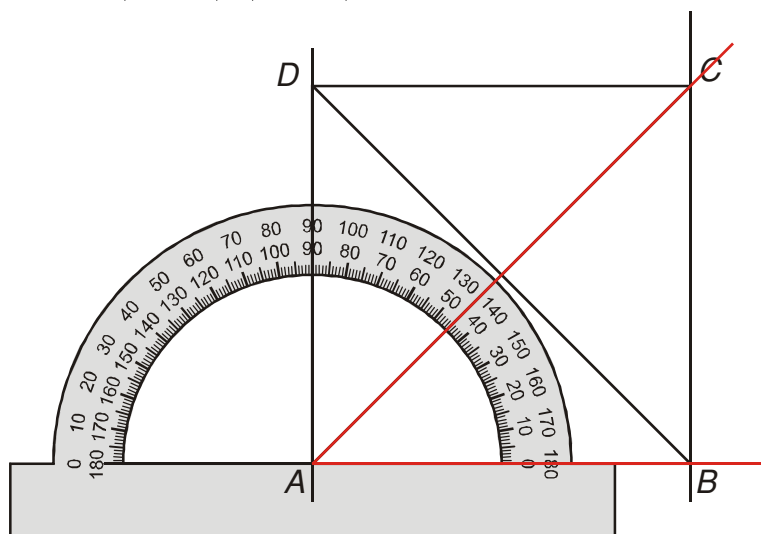


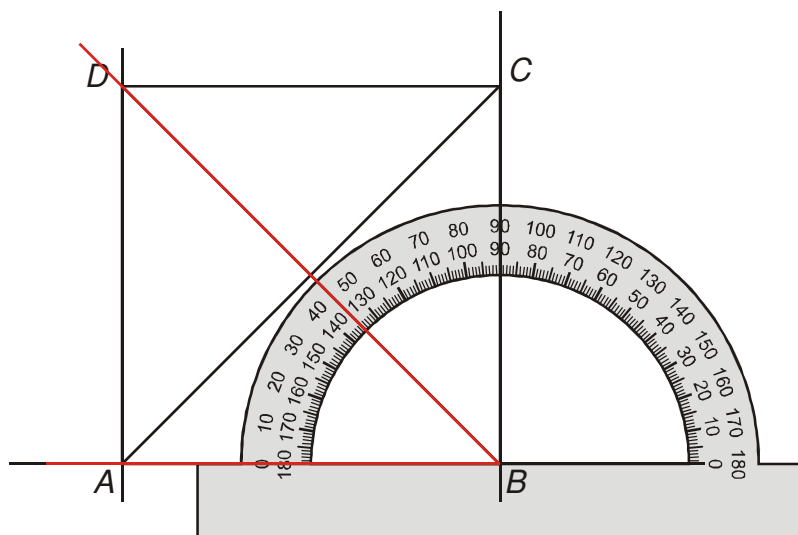
Oba úhly jsou pravé $\Rightarrow$ platí $|\sphericalangle DAB| = |\sphericalangle ABC| = 90^\circ$. Výsledek snadno ověříme měřením.





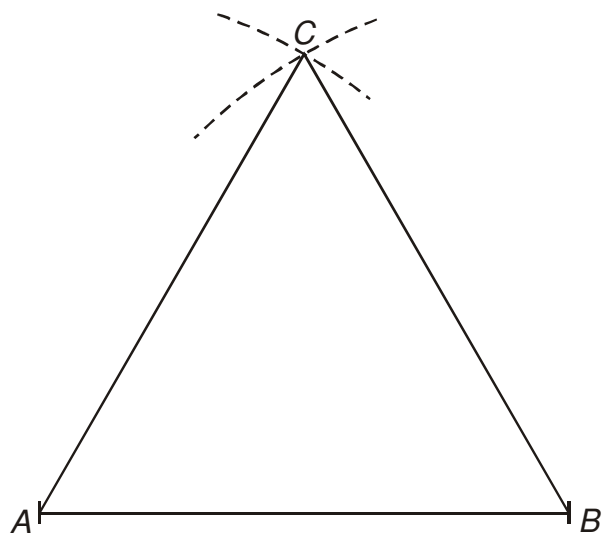
- Konvexní úhel CAB je polovinou konvexního úhlu DAB ,
 - konvexní úhel ABD je polovinou konvexního úhlu ABC ,
- $\Rightarrow$ platí $|\sphericalangle CAB| = |\sphericalangle ABD| = 45^\circ$. Výsledek snadno ověříme měřením.



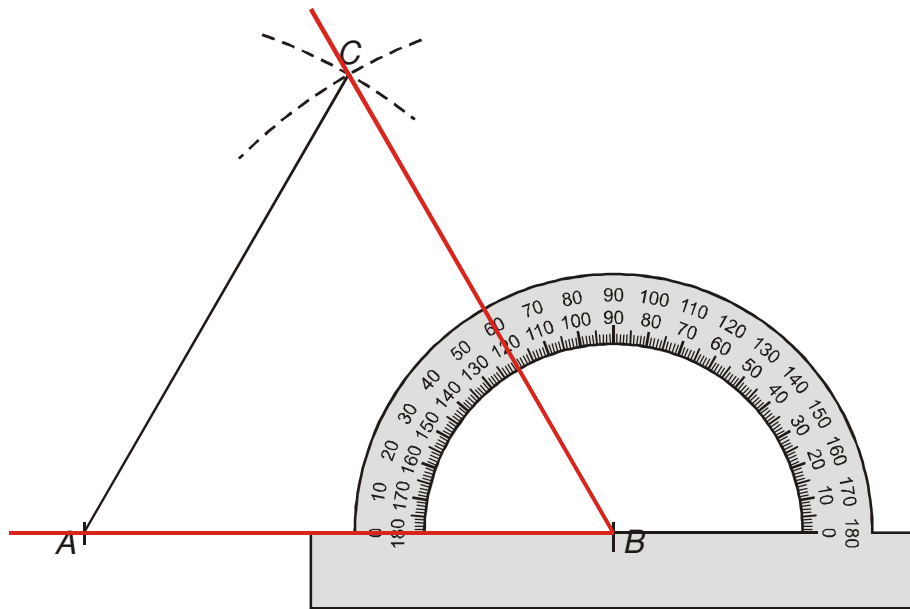
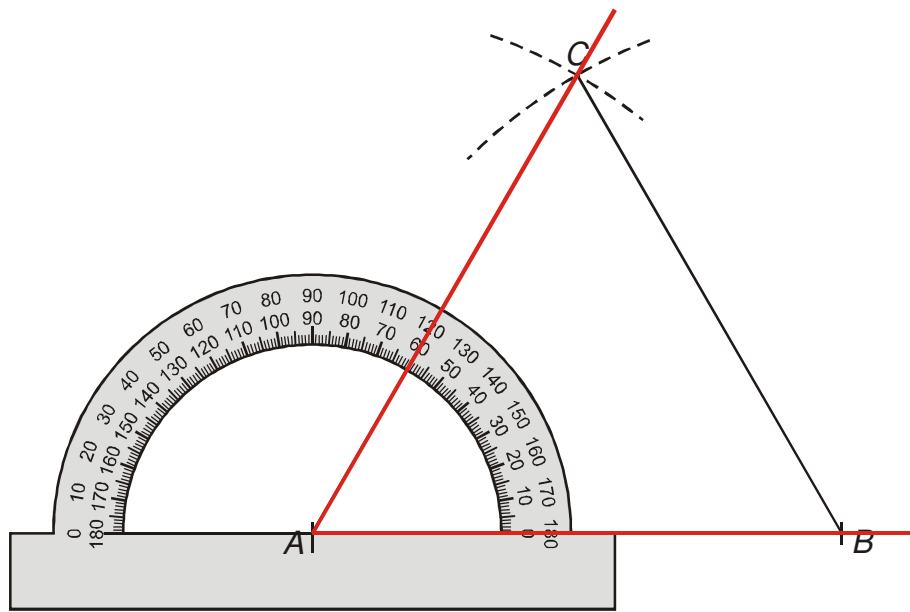


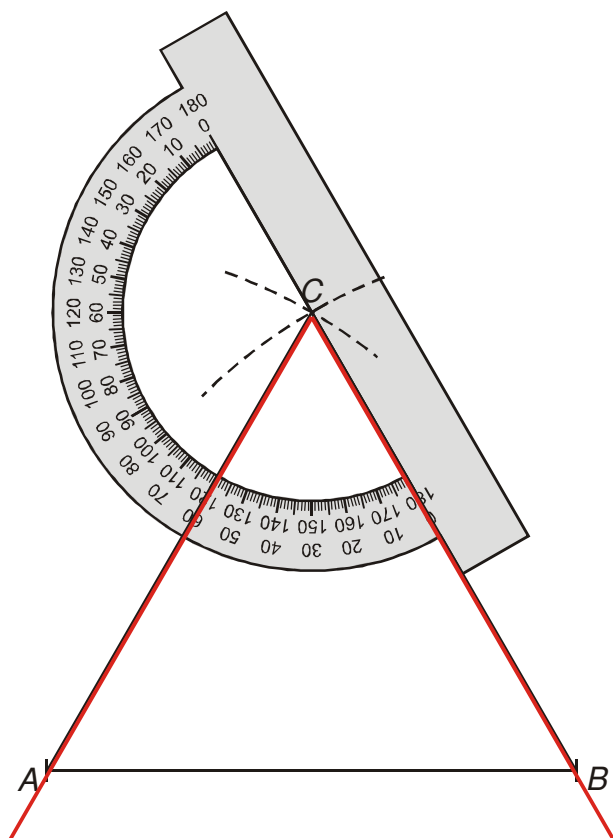
Protože součet konvexního a k němu náležícího nekonvexního úhlu je vždy 360° , rovnají se velikosti obou nekonvexních úhlů CAB a ABD 315° .

Př. 5: Narýsuj rovnostranný trojúhelník o libovolné délce stran. Co musí platit pro velikosti jeho úhlů? Změř všechny velikosti vnitřních úhlů a ověř svůj odhad.



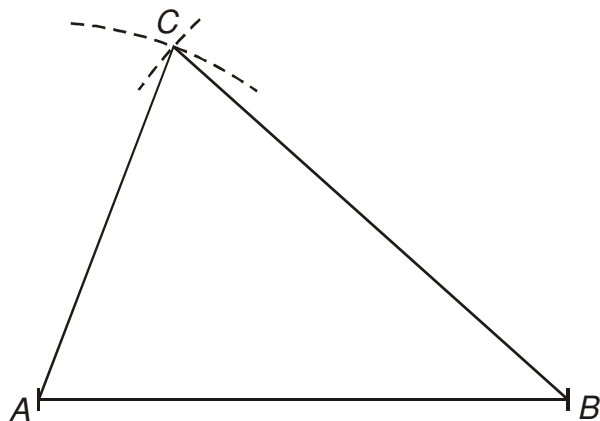
Velikosti všech úhlů by měly být stejné.

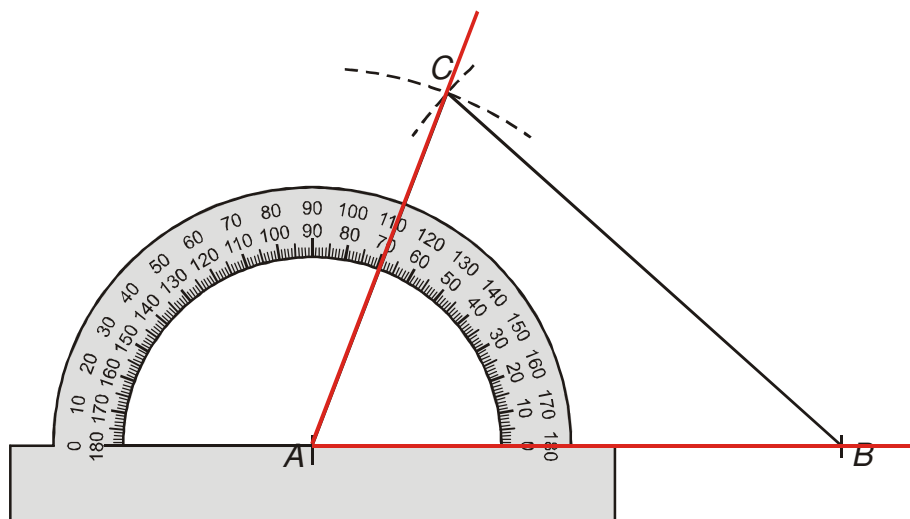




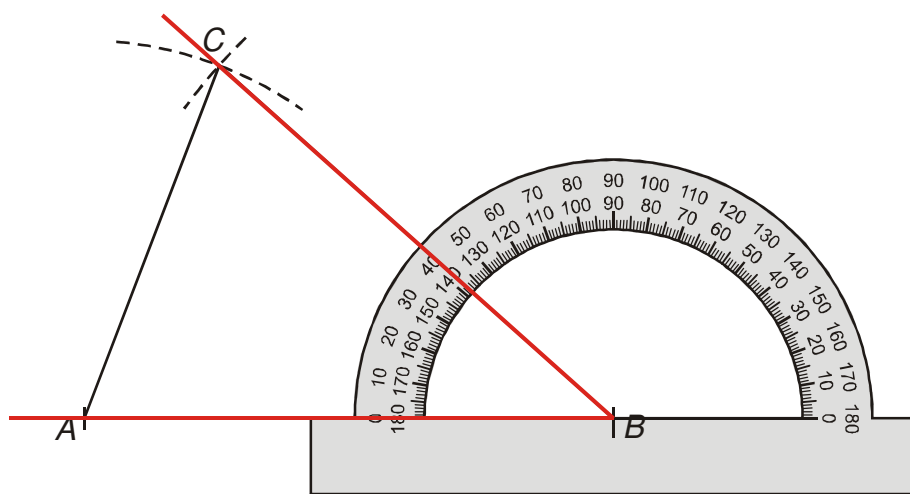
Náš odhad byl správný, všechny úhly mají stejnou velikosti 60° .

Př. 6: Narýsuj trojúhelník ABC , pro který platí $a = 7\text{ cm}$, $b = 5\text{ cm}$, $c = 7\text{ cm}$. Změř velikosti úhlů α , β , γ . Co Tě mělo napadnout ještě před změřením úhlů?

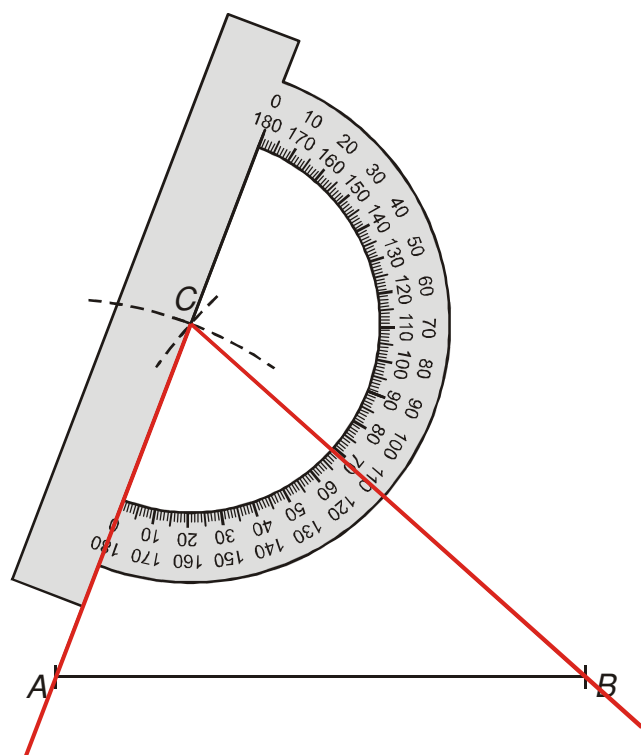




$$\alpha = 69,1^\circ$$

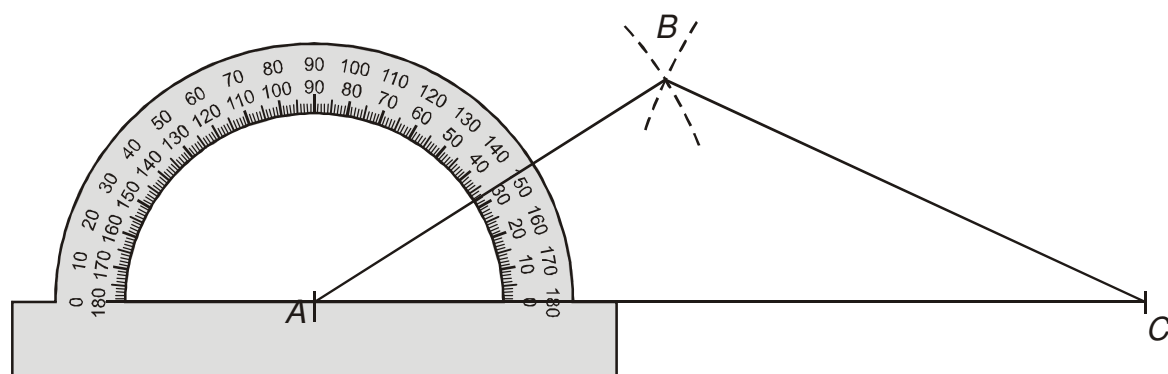
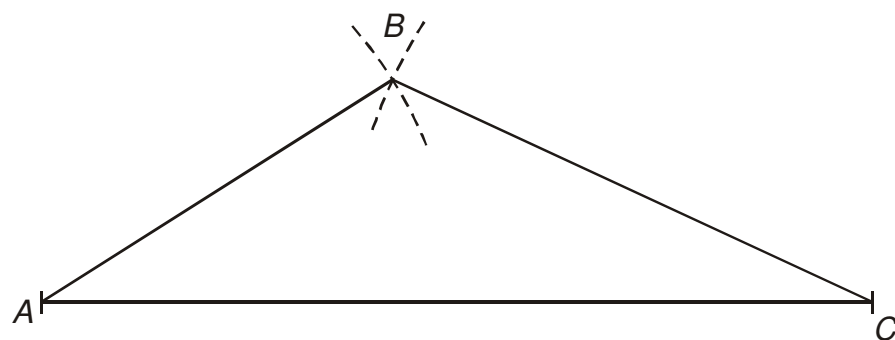


$$\beta = 41,8^\circ$$

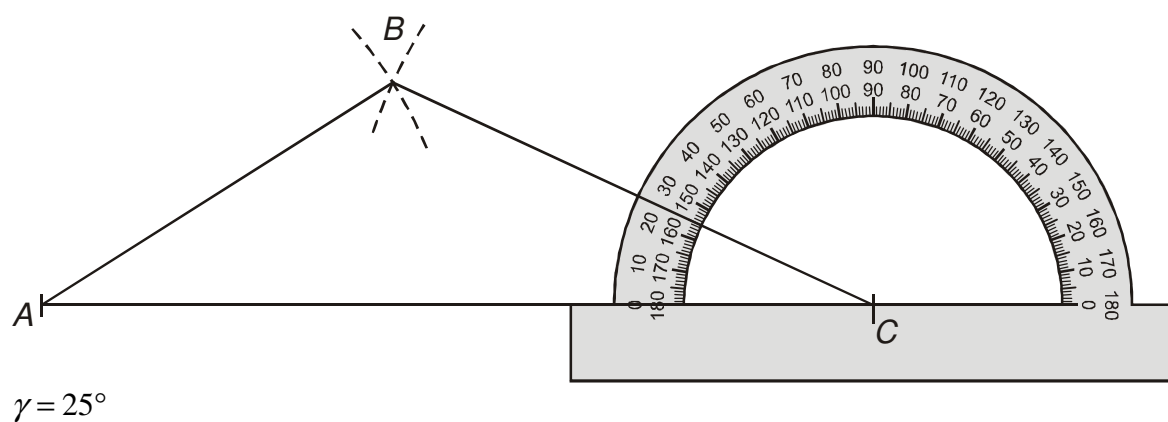
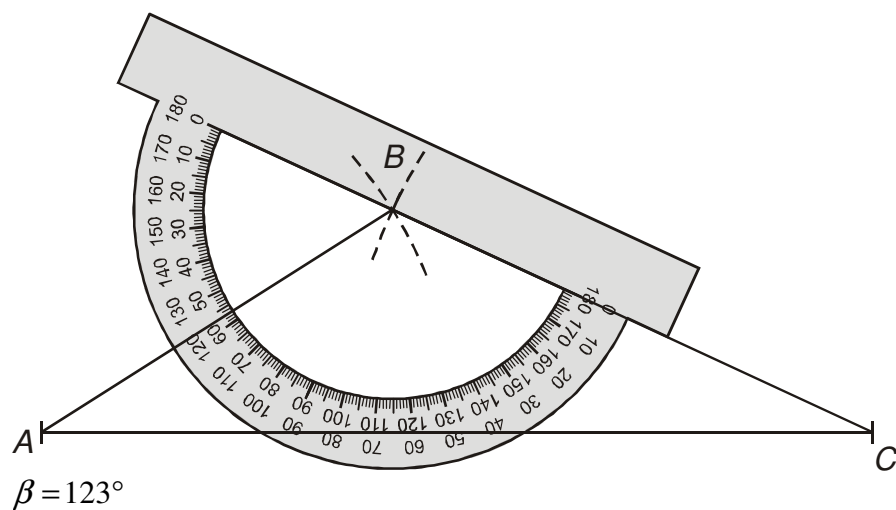


$$\gamma = 69,1^\circ$$

Př. 7: Narýsuj trojúhelník ABC , pro který platí $a = 7\text{ cm}$, $b = 11\text{ cm}$, $c = 5,5\text{ cm}$. Změř velikosti úhlů α , β , γ .



$$\alpha = 32^\circ$$



Pedagogická poznámka: Nedokončené příklady 6 nebo 7 zůstávají jako domácí úkol.
Společným úkolem pro všechny pak je sestavení postupu v příkladu 8.

Př. 8: Sepiš postup, jak úhloměrem měřit úhel.

Shrnutí: Velikost pravého úhlu je 90° .